FONCTIONS ET DERIVATION

Problème 1

Soit la fonction **f** définie par $\boxed{f(x) = 3x^2 - 12x + 1}$

1) Calculer la dérivée **f '(x)** et étudier son signe.
2) Dresser le tableau de variations de la fonction f.
3) Déterminer les équations des tangentes à la courbe aux points A et B, d'abcisses respectives : $x_A = 1$ et $x_B = 2$.
4) Construire ces tangentes et tracer la courbe sur l'intervalle : [0 ; 4] , en prenant comme unités d'axes: $\begin{cases} \text{2 cm en abscisse} \\ \text{1 cm en ordonnée} \end{cases}$

Problème 2

Une entreprise analyse le coût annuel de gestion de son stock.
Ce coût **C** est fonction du nombre **x** d'articles commandés pour le renouveler, selon la formule :

$$\boxed{C(x) = 150x + \frac{540000}{x}}$$

1) Calculer la dérivée **C'(x)** de cette fonction.
2) Résoudre l'équation (**C' (x) = 0**)
3) Montrer que le coût C(x) présente une valeur minimale que l'on calculera.

Problème 3

Une entreprise d'emballages industriels veut réaliser un conteneur ayant la forme d'un parallélépipède rectangle dont les dimensions, exprimées en mètre, sont :

$\begin{cases} \text{largeur :}\mathbf{x} \\ \text{longueur :}\mathbf{y} \\ \text{hauteur :}\mathbf{z} \end{cases}$

Les contraintes techniques de fabrications se traduisent par les relations : $\begin{cases} \mathbf{x + z = 5,4} \\ \mathbf{x + y = 11} \end{cases}$

1) Exprimer **y** et **z** en fonction de **x**
2) Montrer que le volume de ce conteneur peut s'exprimer par la formule :

$$\boxed{V(x) = x^3 - 16,4x^2 + 59,4x}$$

3) Etudier cette fonction et montrer qu'elle présente une valeur maximale ; calculer cette valeur.
4) Donner les dimensions du conteneur ayant un volume maximal.

Problème 4

Soit la fonction f définie par $\boxed{f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1}$

1) Calculer la dérivée f '(x) et factoriser cette expression algébrique.

2) Etudier le signe de f '(x) dans un tableau de signes.

3) Dresser le tableau de variations de la fonction f.

4) Déterminer les équations des tangentes à la courbe aux points d'abcisses -3 , 0 , et 2.

5) Construire ces tangentes et tracer la courbe sur l'intervalle : $[-3 ; 2]$

Problème 5

On considère les fonctions f , g , et h définies par : $f(x) = 4 - 2x$
$g(x) = x^2 - 3x + 1$
$h(x) = \dfrac{3x-2}{2x-5}$

1) Pour chacune d'entre elles, calculer la dérivée et dresser le tableau de variations

2) Tracer les courbes dans le même repère , sur l'intervalle $[-3 ; 7]$
   Tracer les asymptotes de h et l'axe de symétrie de g

3) Résoudre graphiquement les équations : ($f(x) = g(x)$) et ($f(x) = h(x)$)

4) Résoudre algébriquement ces équations.